Konsep dasar Aljabar

Bilangan

1. Skema himpunan bilangan

Bilangan Kompleks

Bilangan Khayal

( Imajiner )

Bilangan Nyata

( Riil )

Bilangan Irrasional

Bilangan Rasional

Bilangan Pecahan

## Bilangan Bulat

Bilangan

**Bulat Positif**

( Bil. asli/Alam)

Nol

Bilangan

Bulat negatif

1. Bilangan Asli/Alam

Himpunan bilangan yang pertama-tama dikenal adalah himpunan bilangan asli atau bilangan alam (Nature) , sehingga bilangan tersebut yaitu {1, 2, 3, 4, ……………..} dinotasikan dengan huruf N, selain nama diatas , bilangan asli/alam disebut pula dengan nama bilangan bulat positif .

Apabila a, b dan c merupakan bilangan asli maka :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Sifat | Penjumlahan | Perkalian | |
| 1. Tertutup (Closure) | a+b juga bil. asli | a.b juga bilangan asli | |
| 2. Komutatif (Commutative) | a+b=b+a | a.b = b.a | |
| 3. Asosiatif (associative) | (a+b)+c = a+(b+c) | (a.b).c = a.(b.c) | |
| 4. Identitas (Identity) | a+0 = 0+a = a  0 identitas, 0 ∉ N | a.1 = 1.a = 1  1 identitas, 1 ∈ N | |
| 5. Distributif (distributive) | a(b+c) = a.b + a.c distributif kiri  (a+b)c = a.b + a.c distributif kanan | |  |

1. **Bilangan Cacah**

Himpunan bilangan cacah yang selama ini kita kenal di Indonesia ,tidak ada dalam skema bilangan karena himpunan bilangan cacah adalah gabungan dari himpunan bilangan asli dan bilangan nol, yaitu N ∪ {0} = {0, 1, 2, 3, ………………}

1. **Bilangan bulat negatif**

Sebuah bilangan x disebut negatif ( invers dari penjumlahan) dari bilangan asli a, jika berlaku a + x = x + a = 0 .

Himpunan dari semua bilangan negatif tersebut diatas, disebut himpunan bilangan bulat negatif atau {x ⏐ x + a = x + a = 0 , a ∈ N }

1. **Bilangan bulat**

Apabila himpunan bilangan bulat positif , bilang nol dan bilangan bulat negatif digabung, maka gabungan dari himpunan bilangan diatas disebut dengan himpunan bilangan bulat atau Integer yang dinotasikan dengan I yaitu { ………,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ……..}.

sifat-sifat bilangan bulat sama seperti sifat-sifat bilangan bulat positif seperti tertera pada tabel diatas ditambah dengan :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Sifat | Penjumlahan | Perkalian |
| 6. Invers (Inverse) | -a adalah invers dari a  a+(-a) = 0 = (-a)+a | (1/a) adalah invers dari a  a.(1/a) = 1 = (1/a).a , a≠0 |

**Definisi :**

Jika a, b dan c adalah bilangan bulat, serta berlaku ab = c, maka a dan b disebut faktor-faktor (pembagi-pembagi) dari c, sedangkan c disebut kelipatan dari a dan dari b.

**Definisi :**

Suatu bilangan a disebut genap, bila salah satu faktor dari a adalah bilangan 2 , atau {2x ⏐ x ∈ I ). Bilangan yang bukan genap disebut ganjil atau bilangan ganjil = {2x +1⏐ x ∈ I }.

Misalkan : (-8) = 2.(-4) ; dimana –4 ∈ I, maka –8 genap

0 = 2.0 ; dimana 0 ∈ I, maka 0 genap

15 = 2.7 + 1 ; dimana 7 ∈ I, maka 7 ganjil.

**Definisi :**

Suatu bilangan bulat positif disebut majemuk (*Composite*) bila dapat dinyatakan sebagai hasil kali dua ( atau lebih) bilangan bulat positif ≠ 1

Contoh :

6 = 2.3 , 8 = 2.2.2 , 15 = 5.3

**Definisi :**

Sebuah bilangan bulat positif disebut prima apabila bilangan itu bukan bilangan 1 (satu), serta bukan bilangan majemuk.

atau dengan kata lain : suatu bilangan asli kecuali 1, yang hanya habis dibagi 1 dan bilangan itu sendiri.

Contoh : 2, 3, 5, 7, 11, 13, …………

1. **Bilangan pecahan**

Definisi :

a ≠ 0 bilangan bulat, maka terdapat suatu bilangan (1/a) , sedemikian sehingga a.(1/a) = 1. Bilangan (1/a) disebut kebalikan dari a. ditulis juga a-1.

Definisi :

Operasi pembagian. Jika a dan b bilangan bulat, b ≠ 0 maka terdapat sebuah bilangan a/b = a. (1/b) yang disebut hasil bagi dari a oleh b.

a disebut pembilang, b disebut penyebut. Kalau a/b bukan suatu bilangan bulat, maka ia disebut bilangan pecahan.

Bilangan pecahan dapat ditulis dalam bentuk desimal, uraian desimalnya selalu berakhir atau berulang.

contoh :

½ = 0,5 ( artinya ½ = 0 + 5/10 )

21/50 = 0,42 ( artinya 21/50 = 0 + 4/10 + 2/100)

5/9 = 0,714285714285714285……. (angka 714285 berulang)

1. **Bilangan Rasional ( Q )**

Bilangan rasional adalah himpunan bilangan yang merupakan gabungan dari himpunan bilangan bulat dan himpunan bilangan pecahan.

Kita dapat mendefinisikan bilangan rasional sebagai bilangan yang dapat dinyatakan sebagai hasil bagi dari dua buah bilangan bulat.

1. **Bilangan Irrasional (Non-rasional)**

Bilangan irrasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai hasil bagi dari 2 buah bilangan bulat, atau uraian desimalnya tidak pernah berulang.

contoh :

√3 = 1,7320506……

π = 3, 141592……..

e = 2, 7182…….. ( e = bilangan Euler yang merupakan bilangan pokok logaritma natural (Ln))

1. **Bilangan Nyata / Riil ( R atau R# )**

Bilangan rii adalah himpunan bilangan yang merupakan gabungan dari himpunan bilangan Rasional dan himpunan bilangan Irrasional

Untuk menggambarkannya kita gunakan garis bilangan riil ( garis bilangan ) yang merupakan sistem koordinat pada garis lurus ( dimensi satu ) sebagai berikut :

-2 -1 0 1 2 √2 3 4

Setiap bilangan riil dapat dinyatakan oleh satu dan hanya satu titik pada garis bilangan dan setiap titik pada garis bilangan menyatakan satu dan hanya satu bilangan. Semua sifat yang berlaku pada himpunan bagian dari R, juga berlaku pada R.

1. **Bilangan Khayal ( Imajiner )**

Bilangan khayal adalah bilangan yang mengandung faktor satuan khayal i, di mana i = √-1 dan bentuk umumnya adalah ai , a ∈ R

.Contoh : 23i , -4i , i√5 dsb √-4 √4 . √-1 2√-1 2i

1. **Bilangan kompleks ( C )**

Bilangan kompleks adalah himpunan bilangan yang merupakan gabungan dari himpunan bilangan riil dan himpunan bilangan khayal

* **Definisi bilangan kompleks**

Suatu bilangan berbentuk a+bi, dimana a dan b bilangan riil, sedangkan i=√-1 , adalah satuan khayal, a disebut bagian riil dan b disebut bagian khayal.

Bilangan kompleks biasanya dinotasikan dengan z = x + yi

Rumus Transformasi bilangan kompleks

**x + yi = r(Cos θ + i Sin θ)**

dimana :

x disebut komponen riil

y disebut komponen khayal



Contoh :



Z = 3-3i , disini x=3 ,y=-3 ,maka r

Tg θ = y/x

= -3/3 =-1 (di kuadran II)

Sehingga π=1350 atau 3π/4

Jadi transformasinya :

Z =3-3i = 3√2 (Cos 3π/4 + iSin 3π/4)

* OPERASI DALAM BILANGAN KOMPLEKS
* Penjumlahan dan selisih bilangan kompleks

Jika z1 = a+bi dan z2 =c+di

maka :

**Z1 +Z2 = (a+c) + (b+d)i**

**Z1 - Z2 = (a-c) + (b-d)i**

Contoh :

Jika z1 = 3+4i dan z2 =1-2i

Z1 +Z2 = (3+1) + (4-2)i

= 4+2i

Z1 -Z2 = (3-1) + (4-(-2))i

= 2+6i

* Perkalian Bilangan kompleks

Jika z = a+bi dan z =c+di

Maka : z1.z2 = (a+bi)(c+di)

= ac + adi + bci + bdi2

= ac + (ad+bc)i + bd(-1)

= (ac-bd) + (ad+bc)i

**z1.z2 = (ac-bd) + (ad+bc)i**





Contoh :

Jika z1 = 3+4i dan z2 =1-2i

Maka : z1 . z2 = (3+4i)(1-2i)

= 3 - 6i + 4i - 8i2

= 3 + (-6+4)i -8(-1)

= 3+8 - 2i

= 11-2i

* Pembagian bilangan kompleks

Jika z1 = a+bi dan z2 =c+di















maka :

Contoh :

Jika z1 = 3+4i dan z2 =1-2i

Maka :

* **Perpangkatan Bilangan kompleks**

Jika z = a+bi maka untuk melakukan perpangkatan harus diubah dulu dalam bentuk z = r (Cos θ + i Sin θ )

Bentuk Umum perpangkatan yang disebut rumus De Moivre dan berlaku untuk setiap bilangan bulat :

**zn = r n (Cos nθ + iSin nθ)**

Contoh : z = (-2+2i)4

Kita ubah dulu

Tg θ =2/-2 = -1 → θ = 3π/4

jadi 

= (2√2) 4 (Cos 4. 3π/4 + iSin 4.3π/4)

= (√8) 4 (Cos 3π + iSin 3π)

= 64 (Cos 3π + iSin 3π)

= 64 ( -1 + i. 0) = -64